

# PROPUESTA DE APLICACIÓN DE LA EDUCACIÓN 4.0 PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA LINEAL.

Fis. Iván Lechuga Jiménez<sup>1</sup>,

Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México.

Simposio: La ciencia, la tecnología y la innovación a favor de la educación.

## Resumen.

La incorporación forzada de la educación a distancia en la Facultad de Ciencias de la UNAM por la COVID-19 trajo grandes tropiezos debido a la falta de conocimiento y práctica de sus profesores en esta modalidad. En este trabajo se analizaron e identificaron las características de la enseñanza en línea desde la perspectiva de la educación 4.0 y la gamificación para sintetizar una propuesta didáctica del álgebra lineal que servirá como un elemento para perfeccionar la labor docente de los profesores de matemáticas universitarias y contribuir así a garantizar el derecho a la educación durante la pandemia. Esta propuesta, a diferencia de la enseñanza tradicional, permite el desarrollo de la colaboración, la creatividad, la alfabetización digital, la comunicación efectiva y la solución de problemas.

*Palabras clave: matemáticas universitarias, enseñanza de las matemáticas, educación 4.0, gamificación, derecho a la educación.*

## Introducción.

La relación entre educación y tecnología ha sido analizada desde hace varias décadas, el caso de las tecnologías de la información y la comunicación es relevante pues su incorporación en los sistemas sociales, culturales, políticos y económicos ha desembocado en un cambio importante en las formas en que las sociedades e individuos realizan sus actividades y sus vidas. Esta situación llegó al grado suficiente como para plantear la idea de una cuarta revolución industrial, usualmente denominada industria 4.0, donde se ha vuelto necesario repensar y reconstruir muchas de las actividades realizadas por la sociedad. La educación no se ha quedado atrás y su reconstrucción adecuada a las demandas de la industria 4.0 lleva el nombre de educación 4.0. En la Facultad de Ciencias (FC) de la Universidad Nacional

---

<sup>1</sup> [lechu@ciencias.unam.mx](mailto:lechu@ciencias.unam.mx), Físico y estudiante de la maestría en Ciencias Físicas en el Instituto de Física de la UNAM, Ayudante de Profesor B en el Departamento de Física y en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

Autónoma de México (UNAM) el impulso por incorporar las nuevas tecnologías en sus actividades de enseñanza es reducido y poco conocido, situación que ha llevado a grandes tropiezos durante su incorporación forzada por la pandemia de COVID-19. Por este motivo el presente trabajo busca condensar las ideas de la educación 4.0 en una propuesta didáctica para el curso de Álgebra Lineal I ofrecido por esta institución para ser implementado por los profesores a cargo de dicha asignatura o para que sirva como referencia para los mismos, buscando así perfeccionar su labor docente y contribuir a garantizar el derecho a la educación durante la pandemia. La propuesta didáctica se enfocará en el tema de espacios vectoriales y buscará no sólo enseñar los contenidos propios de este tema, sino también desarrollar las habilidades y conocimientos planteados por la educación 4.0 entre los que destacan el trabajo colaborativo, desarrollo de habilidades en el uso de tecnologías de la información y la comunicación, autonomía e iniciativa a través del uso de estrategias gamificadoras mediadas por las nuevas tecnologías. Para tal efecto se condensarán diversas reflexiones sobre tecnología, educación y educación 4.0 buscando distinguir las características propias de la enseñanza bajo este nuevo paradigma y las formas concretas de llevarla a cabo. Se describirá el plan de estudio de la asignatura de Álgebra Lineal I y se culminará con la propuesta mencionada para tal asignatura contrastándola con la propuesta tradicional.

### **Tecnología, educación y educación 4.0.**

La incorporación de la tecnología en la educación suele reducirse a su concepción más simple e infértil resumida en la idea de utilizarla como una simple herramienta por añadir a las prácticas educativas volviéndolas más atractivas, sin embargo, la tecnología ha marcado profundos cambios sociales desde los comienzos de la humanidad y en la actualidad representan no sólo una serie de adquisiciones interesantes sino también nuevas formas de comprender al mundo, de actuar en él y, en particular, de interactuar con el conocimiento, a saber:

tenemos entonces una doble problemática [...]: la necesidad epistemológica que surge cuando reconocemos que las tecnologías sostienen la trama de la construcción del conocimiento en la actualidad y la tendencia cultural por la cual la subjetividad de los jóvenes está profundamente atravesada por las tecnologías en la sociedad contemporánea. [...] Los docentes tenemos la responsabilidad de aprovechar estas oportunidades para reflexionar sobre nuestras prácticas de la enseñanza, reconocer sus

limitaciones y recrearlas con el propósito de acercarnos a versiones más poderosas y perdurables. (Maggio, 2014, p.66)

Uno de los problemas a resolver al momento de proponer una enseñanza mediada por las tecnologías es dar cuenta al cuerpo de profesores de que las cosas son muy distintas a como son en su labor docente habitual, se trata de obtener la flexibilidad necesaria para dejar atrás muchas de las cosas que conocemos sobre la enseñanza habitual, y, con ello, recibir, aceptar y analizar las nuevas.

La incorporación forzada de herramientas tecnológicas en la enseñanza tomó por sorpresa a todas las personas involucradas en la educación, le exigió al cuerpo de profesores adaptarse a las nuevas condiciones de enseñanza a distancia teniendo la mayoría nula práctica y escasos conocimientos teóricos sobre la nueva modalidad. El desconocimiento e inexperiencia sobre las nuevas modalidades de enseñanza trajo consigo para el alumnado una serie de experiencias negativas y poco fértiles. La entera reproducción de la modalidad presencial en lo virtual no ha sido capaz de reconstruir efectivamente las formas de enseñanza a su versión virtual, notemos, por ejemplo, que no es difícil encontrar alumnos a lo largo del mundo con quejas constantes hacia sus clases virtuales. Se puede observar que:

Se imitan en la virtualidad las características pedagógicas de la presencialidad. En ausencia de esta, la idea de “subir (lo que sea) al campus virtual” se convirtió en uno de los lugares comunes de la experiencia.

Es necesario reconocer que poner a disposición no es un gesto menor. En cierta forma es la manera de garantizar el derecho a la educación y a la continuidad pedagógica de los estudios en condiciones completamente diferentes a las habituales. El problema es que ese gesto encarne digitalmente formas que ya hacían sentir su agotamiento en la educación presencial. (Maggio, 2020, p. 116)

Se vuelve patente entonces las necesidades de analizar y reflexionar sobre nuestras prácticas docentes en línea, pues es una forma de contribuir al acceso al derecho a la educación en la pandemia.

La reconstrucción de la enseñanza puede ser analizada dentro del marco de la educación 4.0. Toma su nombre del proceso llamado industria 4.0 que se usa para denotar una serie de cambios en todas las esferas sociales emanados del desarrollo tecnológico, en la actualidad

la distinción entre el mundo real y el mundo digital se desvanece y la tecnología cambia y se renueva a pasos acelerados. La educación 4.0 en consecuencia propone un nuevo sistema de enseñanza (Puncreobutr, 2016) cuyo principal objetivo es preparar a los estudiantes para las nuevas condiciones sociales altamente cambiantes y mediadas fuertemente por la tecnología, sobre todo las de la información y comunicaciones. Las habilidades por desarrollar no se reducen a aprender una serie de elementos preestablecidos como memorizar conceptos o algoritmos, sino a desarrollar las capacidades necesarias para responder a las problemáticas emergentes haciendo uso de las herramientas tecnológicas disponibles no solo en ambientes profesionales, sino también en el día a día. Al estar frente a una nueva forma de enseñanza es de esperar encontrar cambios sustanciales en sus características, tanto en la labor docente como en la labor de los estudiantes. ¿Cuáles son entonces las características que debiera tener la enseñanza en este paradigma?

### **La enseñanza en la educación 4.0.**

Dentro de las habilidades generales, es decir, aplicables en cualquier situación, por desarrollarse en la educación 4.0 encontramos las de “liderazgo, colaboración, creatividad, alfabetización digital, comunicación efectiva, inteligencia emocional, emprendimiento, ciudadanía global, solución de problemas y trabajo en equipo” (pp. 94). Con esto podemos adelantar ya una diferencia significativa entre la propuesta 4.0 y la propuesta tradicional de enseñanza, pues, mientras la segunda centra su atención casi por completo en el aprendizaje de los contenidos propios de una asignatura particular (tal como veremos al revisar el plan de estudios de la asignatura de Álgebra Lineal I), la primera considera con igual importancia una serie de habilidades extensibles a otros dominios que no son exclusivas o propias de tales contenidos, se corresponde pues a una formación de mayor alcance.

Retomamos a continuación nueve tópicos sustanciales de la educación 4.0 (Aziz-Hussin, 2018, pp. 92-93) que servirán para delimitar con detalle las características propias de la enseñanza 4.0. Primero, las tecnologías de la comunicación permiten una mayor flexibilidad en los tiempos y lugares donde se puede llevar a cabo la enseñanza permitiendo un enfoque de aula invertida donde la interacción se realiza en horario de clase y el aprendizaje teórico fuera de ella. En segundo lugar, el aprendizaje buscará ser lo más personalizado posible permitiendo el desarrollo profundo de las habilidades de cada quién. En tercer lugar, los alumnos adquieren mayor agencia en cómo se desarrolla su aprendizaje, tienen mayor libertad de escoger cómo

hacerlo. El cuarto lugar consiste en que el aprendizaje se basará principalmente en el desarrollo de proyectos a corto plazo favoreciendo la aplicación de conocimiento y habilidades adquiridas por los alumnos. En quinto lugar, el aprendizaje buscará ser de tipo práctico. En sexto, el manejo de datos buscará ser desarrollado. En séptimo, la evaluación será personalizada, las formas de evaluación tradicionales resultan prácticamente obsoletas. En octavo, el currículo se elaborará tomando en cuenta las opiniones de los alumnos. Por último, el alumnado tendrá más independencia en la gestión de su aprendizaje, el profesor deja de ser el centro del proceso.

Uno de los puntos destacados de la nueva propuesta es el cambio bastante notorio en las responsabilidades de los alumnos y los profesores, es aquí donde destacan ciertas dificultades al incorporar la propuesta 4.0 en la práctica docente. En primer lugar, el hecho de dejar más protagonismo al alumnado sobre la administración de la enseñanza no significa que el profesor entre en un papel de pasividad donde su participación en el proceso se reduce al mínimo, al contrario, su participación sigue siendo activa, pero definitivamente deja de ser el centro de la acción, el profesor aún conserva agencia sobre la administración de la enseñanza, sigue tomando decisiones y marcando direcciones.

Tomando en cuenta que el enfoque 4.0 también se basa en la práctica y en al aprender haciendo resulta de interés averiguar las formas en que ambas se pueden llevar a cabo. Por ello consideraremos herramientas basadas en la gamificación. En términos generales se entiende por gamificación “como el uso de elementos de juego en contextos no lúdicos” (Gúzman-Rivera et al., p. 2) dentro de los que encontramos “narrativas, retroalimentación, sistemas de recompensas, conflictos, cooperación, competición, objetivos y reglas claras, niveles, pruebas y errores, diversión, interacción, interactividad, en otras, dentro de otras actividades no relacionadas directamente con los juegos” (Almeida & Simoes, 2019, p.123). De esta forma se compaginan la cotidianidad de los alumnos, muchos de ellos acostumbrados a este tipo de dinámicas por su constante interacción con los videojuegos y otras formas de entretenimiento digital que utilizan elementos inmersivos similares, con sus actividades académicas volviendo a estas más atractivas y cercanas a sus vidas cotidianas. Cabe mencionar que la incorporación de recursos tecnológicos en la enseñanza de matemáticas universitarias suele tener efectos positivos (Carvajal et al., 2019).

Los ambientes gamificadores en ciencias se consiguen con tres aspectos científicos centrales: el uso de modelos, la indagación experimental y manejo de datos y, por último, la argumentación y comunicación de ideas (López & Domènech-Casal, 2018, p.37).

Estos son los elementos recabados para diseñar una propuesta didáctica basada en educación 4.0 para un curso de matemáticas universitarias. Puesto que incorporar todos ellos en una sola propuesta didáctica resulta en la práctica algo muy complicado nos centraremos en los siguientes: en términos de habilidades generales se buscará desarrollar la colaboración, creatividad, alfabetización digital, comunicación efectiva y la solución de problemas. Dentro de los tópicos propios de la educación 4.0 consideraremos que la mayor parte del trabajo se realizará en ambientes digitales, los alumnos decidirán en su mayor parte cómo aprender, el aprendizaje se basará en proyectos a corto de plazo, el currículo tomará en cuentas las opiniones de los alumnos y ellos estarán en posición sumamente activa dentro del aprendizaje. Todo esto mediado por dinámicas gamificadoras.

### **La asignatura de Álgebra Lineal I.**

De acuerdo con el plan de estudios de la asignatura Álgebra Lineal I en la Facultad de Ciencias de la UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias, s.f.) esta asignatura es de carácter obligatorio para las licenciaturas de Matemáticas, Física, Actuaría, Ciencias de la Computación, Física Biomédica y Matemáticas Aplicadas. Es de tipo teórico con una carga horaria de 80 horas al semestre distribuidas en 5 horas semanales. Su objetivo general es introducir a los espacios vectoriales, transformaciones lineales y sus principales aplicaciones. Sus objetivos particulares son:

- Identificar los conceptos de espacio y subespacio vectorial, base, dimensión, dependencia y combinación lineal, así como las aplicaciones geométricas de tales conceptos.
- Identificar el concepto de matrices, así como las aplicaciones geométricas de tal concepto.
- Reconocer el concepto de transformación lineal y sus aplicaciones principales.
- Reconocer el concepto de transformación lineal y matrices, y sus aplicaciones principales.
- Comprender las características de los espacios con producto escalar y los principales elementos y resultados que están relacionados con ellos.

- Reconocer el concepto de determinantes y sus aplicaciones principales.
- Reconocer el concepto de transformaciones simétricas y sus aplicaciones principales.

Consta de los siguientes temas:

1. Espacios vectoriales (15 horas).
2. Matrices (10 horas).
3. Transformaciones lineales (12 horas).
4. Transformaciones lineales y matrices (12 horas).
5. Producto escalar (17 horas).
6. Determinantes (10 horas).
7. Transformaciones simétricas (4 horas).

Se puede observar que no hay mención alguna al desarrollo de algún contenido o habilidad que no sea propio del contenido temático de la asignatura.

### **La propuesta didáctica.**

Esta propuesta se ha diseñado para cubrir el tema 1 del plan de estudios en 15 horas de clase por cubrir en 3 semanas. Se organizará de acuerdo con lo siguiente:

Objetivo general: desarrollar los elementos teóricos del álgebra lineal referentes a los espacios vectoriales subyacentes a una aplicación de ésta que resulte de interés para los alumnos.

Objetivos particulares: desarrollar habilidades de búsqueda de artículos y publicaciones científicas a través de la web, desarrollar la capacidad de identificar problemas matemáticos subyacentes a problemas científicos, identificar, reconocer y comprender el contenido matemático correspondiente al tema mencionado, capacidad para trabajar en equipo y adquisición de experiencia en la comunicación de resultados de investigación.

Planteamiento del problema: el álgebra lineal es una de esas teorías matemáticas cuya relevancia se ve reflejada en la cantidad enorme de otras disciplinas que hacen uso de sus herramientas. No es difícil encontrar objetos de estudio cuyo análisis requiera directa o indirectamente de conocimientos sobre tal disciplina. Dentro del grupo existen estudiantes pertenecientes a distintas licenciaturas cuya relación con el álgebra lineal es distinta. El objetivo de la clase será que los alumnos, divididos en equipos, determinen algún tema de

interés e identifiquen en él los contenidos propios del álgebra lineal referentes al tema 1 con la intención de traducirlos a un problema matemático y analizarlo teóricamente.

Instrucciones: el profesor dividirá al grupo en equipos no muy grandes (6 o 7 personas máximo) buscando que cada uno esté formado heterogéneamente por diversas personas pertenecientes a las distintas carreras. Durante las primeras dos clases cada equipo tendrá la tarea de identificar y delimitar su tema de interés, para ello deberán investigar sobre él y lo deberán justificar con al menos un artículo científico o uno divulgativo. Para poder encontrarlo se les recomienda revisar el video de Mejía-Henao de 2020 sobre búsqueda avanzada en Google Scholar. En la tercera clase, con una presentación corta (no más de 5 minutos) cada equipo deberá presentar al grupo su tema de interés, explicando sus motivos y mostrando su bibliografía. En las siguientes dos clases el profesor acotará las propuestas de tal forma que los contenidos a revisar se centren en los temas concernientes al curso. Al mismo tiempo cada equipo deberá revisar los conceptos de espacio y subespacio vectorial en la bibliografía recomendada por el profesor y apoyándose en sus propias investigaciones. Durante las siguientes dos clases cada equipo deberá relacionar estos primeros conceptos con su tema de interés y deberá desarrollar los aspectos teóricos de los mismos, en la siguiente clase cada equipo mostrará en una exposición no mayor a 5 minutos sus avances y resultados. Los siguientes conceptos para revisar serán los de dependencia e independencia lineal y bases y dimensión, se repetirá el proceso, es decir, cuatro días para estudiar los aspectos teóricos de estos temas y relacionarlos con el tema de interés y en el último día una presentación corta de los avances. El último tema para revisar será el de suma directa, un día será de investigación y acoplamiento con el tema de interés y el último de exposición.

La estrategia de gamificación consiste en la vinculación entre el tema de interés y el álgebra lineal teórica, enfoque propio de la Facultad de Ciencias de la UNAM, sin embargo, aún falta explicitar la emulación de los juegos en esta propuesta. Para ello se implementará un sistema de metas y recompensas. Las metas serán presentar la mejor vinculación entre tema de interés y el álgebra lineal, hacer el mejor trabajo de comunicación de los resultados y la última será hacer el mejor desarrollo de los contenidos temáticos propios de la asignatura, el equipo que alcance cada meta será recompensado con un pequeño puntaje extra sobre su evaluación. La asignación de ganadores se hará por consenso grupal. Para ayudar en el juego a los equipos se les pedirá revisar el video de McConell de 2011 sobre diseño efectivo de presentaciones científicas. Puesto que cada equipo persigue distintos intereses la evaluación se basará en la

capacidad de cada equipo para relacionar al álgebra lineal con su tema de interés y su capacidad para comunicar sus resultados.

## **Conclusiones.**

La presente propuesta didáctica hace explícita todas las consideraciones recopiladas para lograr una enseñanza 4.0. Se motivan las habilidades generales porque la colaboración se consigue pues todo el trabajo se realiza en equipo y la selección de ganadores se hace de manera grupal, la creatividad se desarrolla al pedir la vinculación entre el álgebra lineal y el tema de interés así como en el juego, la alfabetización digital se consigue con los tutoriales para el uso de herramientas de tecnología de comunicación e información aplicadas a la búsqueda de información científica y diseño de presentaciones, la comunicación efectiva se logra simultáneamente con el trabajo colaborativo y se desarrollan habilidades para resolver problemas de búsqueda y sistematización de la información al igual que al proponer problemas matemáticos. Los tópicos propios de la educación 4.0 se logran, pues en un contexto de pandemia la mayor parte del trabajo se realizará en ambientes digitales, en caso de no haber restricciones la propuesta didáctica reduce al mínimo el tiempo en los salones de clases priorizando la comunicación a distancia, los alumnos deciden la mayor parte del tiempo cómo aprender, la actividad está distribuida en proyectos a corto de plazo, el currículo está basado fuertemente en los intereses de los alumnos y ellos estarán en una posición sumamente activa dentro del aprendizaje. Todo se encuentra permeado por una dinámica gamificadora basada en la estimulación del interés de los alumnos y en un juego basado en metas y recompensas.

Esta propuesta abre las puertas a nuevas estrategias de enseñanza compatibles con el enfoque teórico de la enseñanza de las matemáticas tradicional en la Facultad de Ciencias y con la propuesta de la educación 4.0. A diferencia del plan de estudios oficial esta propuesta permite desarrollar habilidades y conocimientos que no se restringen a los contenidos temáticos de la asignatura sino que incluyen habilidades relacionadas con las nuevas tecnologías y relevantes para otras áreas del conocimiento, para el trabajo científico puro y aplicado y para la vida cotidiana. Esta propuesta también servirá para que otros profesores la apliquen o la tomen como referencia y así perfeccionar su labor docente y contribuir a garantizar el derecho a la educación durante la pandemia. La propuesta también está pendiente de ser aplicada y evaluada para analizar su relevancia, su capacidad para alcanzar los objetivos propuestos y su impacto en los estudiantes.

## Referencias:

- Almeida, F., & Simoes, J. (2019). The role of serious games, gamification and Industry 4.0 tools in the Education 4.0 paradigm. *Contemporary Educational Technology*, 10(2), 120-136.
- Aziz-Hussin, A. (2018). Education 4.0 Made Simple: Ideas For Teaching. *International Journal of Education and Literacy Studies*, 6(3), 92-98.
- Carvajal, L., Covarrubias, J., González, J., & Uriza, J. (2019). Uso de tecnología en el aprendizaje de matemáticas universitarias. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información: RITI*, 7(13), 77-82.
- Guzmán-Rivera, M. Á., Escudero-Nahón, A., & Canchola-Magdaleno, S. L. (2020). "Gamificación" de la enseñanza para ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas: cartografía conceptual. *Sinéctica*, (54), 1-20.
- López, V., & Domènech-Casal, J. (2018). Juegos y gamificación en las clases de ciencia: ¿una oportunidad para hacer mejor clase o para hacer mejor ciencia?. *Revista Eletrônica Ludus Scientiae*, 2(1), 34-44.
- Maggio, M. (2014). Enriquecer la enseñanza superior: búsquedas, construcciones y proyecciones. *InterCambios: Dilemas y Transiciones de la Educación Superior*, 1(1), 62-71.
- Maggio, M. (2020). Las prácticas de la enseñanza universitarias en la pandemia: de la conmoción a la mutación. *Campus Virtuales*, 9(2), 113-122.
- McConnell, S. [iBiology]. (2011, 14 enero). *Susan McConnell (Stanford): Designing effective scientific presentations*. [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=Hp7ld3Yb9XQ>
- Mejía-Henao, J. [Aprender a Investigar]. (2020, 11 agosto). 🤔💎 *Búsqueda avanzada en GOOGLE ACADÉMICO - Aprender a investigar*. [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=-kEFYPx6WE4>
- Puncreobutr, V. (2016). Education 4.0: New challenge of learning. *St. Theresa Journal of Humanities and Social Sciences*, 2(2), 92-97.
- Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias. (s. f.) *Plan de estudios de la licenciatura en matemáticas Álgebra lineal 1*. <http://www.fciencias.unam.mx/asignaturas/5.pdf>